Kombinatorische Schaltnetze (1)

Kombinatorische Schaltnetze:

Schaltungstechnische Realisierung einer logischen oder mathematischen Funktion

Gatter (Basiseinheit eines kombinatorischen Schaltnetzes)**:**

Eine Box mit einem oder mehreren Eingängen und einem Ausgang, wobei der Ausgang das Ergebnis der Anwendung einer Funktion (realisiert durch das betreffende Gatter) auf die Eingangsbelegungen darstellt.

Beispiel:

Ein Gatter mit 2 Eingängen A und B und einem Ausgang C mit C=F(A,B), wobei A,B,C zweiwertige Variable sind und F eine logische Funktion.

Handhabung von Schaltnetzen:

- Schaltnetze werden von links nach rechts gelesen
- Soll eine Variable an mehreren Eingängen angelegt (mit mehreren Eingängen verknüpft**)** werden, dann wird dies durch einen Verknüpfungspunkt symbolisiert (im Gegensatz dazu, dass sich 2 Leitungen in einem Design einfach kreuzen, ohne miteinander verknüpft zu sein)
- Ausgang eines Gatters ist eine Funktion ausschließlich seiner Eingänge (im Gegensatz zu den Basisein-heiten bei sequentiellen Schaltnetzen.).
- Der elementarste Weg, die Funktion eines Gatters (also das Verhältnis von Eingangsvariablen zur Ausgangsvariablen) zu beschreiben, sind

Wahrheitstabellen:

In einer Tabelle wird für jede mögliche Kombination von Inputs wird der entsprechende Outputwert angegeben.

Andere Darstellungsformen für Funktionen sind Funktionstafeln oder Terme.

Term: Verknüpfung von Variablen und Zahlen durch Operatoren

Kombinatorische Schaltnetze (1)

Inputs		Functions															
A	B	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

Functions: $F_0 = 0$

$F_1 =$ A NOR B

$F_2 = \bar{A}B$

$F_3 =$ NOT A

$F_4 = A\bar{B}$

$F_5 =$ NOT B

$F_6 =$ A EOR B

$F_7 =$ A NAND B

$F_8 =$ A AND B

$F_9 =$ A ENOR B

$F_{10} = B$

$F_{11} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + AB = \overline{A\bar{B}} = \bar{A} + B$

$F_{12} = A$

$F_{13} = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB = \overline{\bar{A}B} = A + \bar{B}$

$F_{14} =$ A OR B

$F_{15} = 1$

Kombinatorische Schaltnetze (2a)

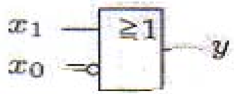
Identität
(von x_1)

x_1 ——— y

x_1	x_0	y_{12}
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

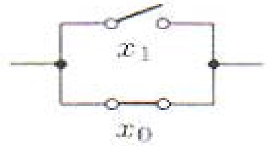
DNF: x_1
KNF: x_1
weitere NF: x_1

Implikation
(von x_0 auf x_1)

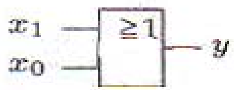


x_1	x_0	y_{13}
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

DNF: $x_1 \vee \overline{x_0}$
KNF: $x_1 \vee \overline{x_0}$
weitere NF: $x_0 \rightarrow x_1$

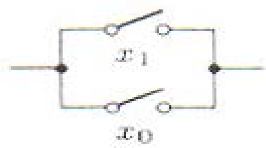


OR
(Disjunktion)



x_1	x_0	y_{14}
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

DNF: $x_1 \vee x_0$
KNF: $x_1 \vee x_0$
weitere NF: $x_1 \vee x_0$



Eins

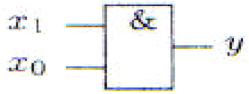
1 ——— y

x_1	x_0	y_{15}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

DNF: 1
KNF: 1
weitere NF: 1

Kombinatorische Schaltnetze (2b)

AND
(Konjunktion)



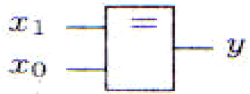
x_1	x_0	y_8
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

DNF: $x_1\ x_0$

KNF: $x_1\ x_0$

weitere NF: $x_1\ x_0$

Äquivalenz

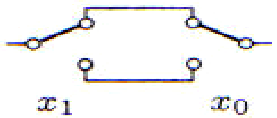


x_1	x_0	y_9
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

DNF: $x_1\ x_0 \vee \overline{x_1}\ \overline{x_0}$

KNF: $(\overline{x_1} \vee x_0)(x_1 \vee \overline{x_0})$

weitere NF: $x_1 \sim x_0$



Identität
(von x_0)

x_0 ——— y

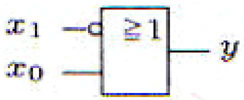
x_1	x_0	y_{10}
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

DNF: x_0

KNF: x_0

weitere NF: x_0

Implikation
(von x_1 auf x_0)

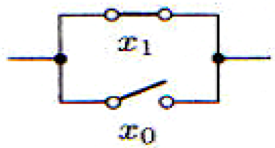


x_1	x_0	y_{11}
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

DNF: $\overline{x_1} \vee x_0$

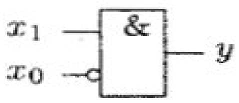
KNF: $\overline{x_1} \vee x_0$

weitere NF: $x_1 \rightarrow x_0$



Kombinatorische Schaltnetze (2c)

Inhibition
(von x_1 auf x_0)

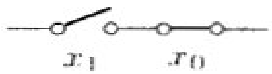


x_1	x_0	y_4
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

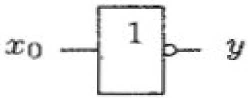
DNF: $x_1 \overline{x_0}$

KNF: $x_1 \overline{x_0}$

weitere NF: $\overline{x_1 \rightarrow x_0}$



NOT
(Negation von x_0)

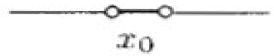


x_1	x_0	y_5
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

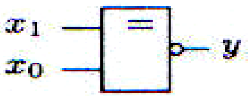
DNF: $\overline{x_0}$

KNF: $\overline{x_0}$

weitere NF: $\overline{x_0}$



Antivalenz
(XOR, Exclusiv-Oder)

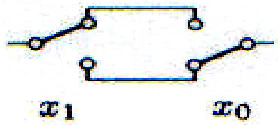


x_1	x_0	y_6
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

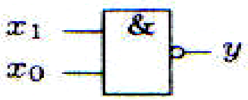
DNF: $x_1 \overline{x_0} \vee \overline{x_1} x_0$

KNF: $(\overline{x_1} \vee \overline{x_0})(x_1 \vee x_0)$

weitere NF: $x_1 \not\sim x_0$



NAND
(not and)

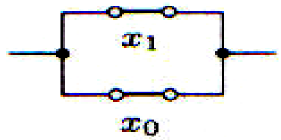


x_1	x_0	y_7
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

DNF: $\overline{x_1} \vee \overline{x_0}$

KNF: $\overline{x_1} \vee \overline{x_0}$

weitere NF: $\overline{x_1 x_0}$



Kombinatorische Schaltnetze (2d)

Null

x_1	x_0	y_0
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

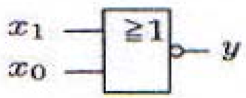
DNF: 0

KNF: 0

weitere NF: 0

NOR

(not or)



x_1	x_0	y_1
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

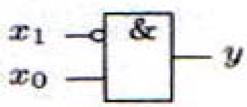
DNF: $\overline{x_1}\ \overline{x_0}$

KNF: $\overline{x_1}\ \overline{x_0}$

weitere NF: $\overline{x_1 \vee x_0}$

Inhibition

(von x_0 auf x_1)

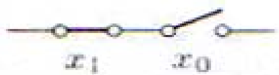


x_1	x_0	y_2
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

DNF: $\overline{x_1}\ x_0$

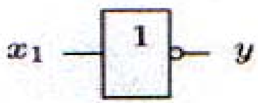
KNF: $\overline{x_1}\ x_0$

weitere NF: $\overline{x_0 \rightarrow x_1}$



NOT

(Negation von x_1)



x_1	x_0	y_3
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

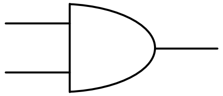
DNF: $\overline{x_1}$

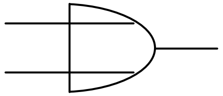
KNF: $\overline{x_1}$

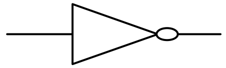
weitere NF: $\overline{x_1}$

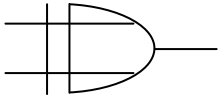
Kombinatorische Schaltnetze (2)

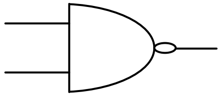
Logische Symbole für die 6 Basisgatter:

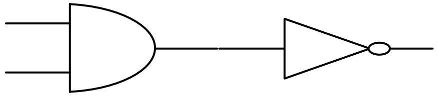
UND: 

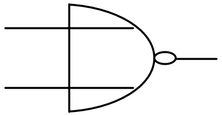
ODER: 

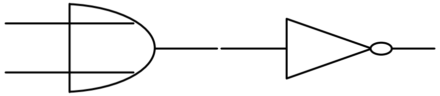
INVERTER: 
(KOMPLEMENTIERER)

EXOR: 

NAND: 

Kurzform von: 

NOR: 

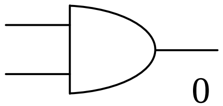
Kurzform von: 

Gatter zur Steuerung des Informationsflusses:

2-Input-Gatter, wobei ein Eingang die Funktion einer Kontrollvariablen übernimmt. Seine Belegung (0 oder1) entscheidet über (Nicht-)Durchlass oder auch Komplementierung des anderen Eingangssignals

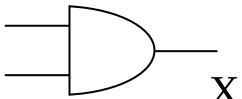
Beispiele:

X
C=0



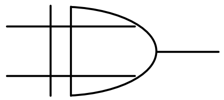
0

X
C=1



X

X
C=1

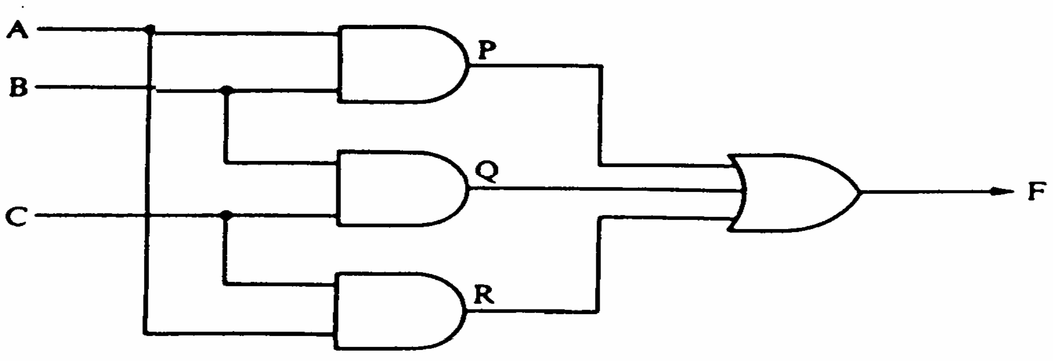


$\overline{X}$

EXOR-Gatter

Kombinatorische Schaltnetze (3)

Beispiel 1:

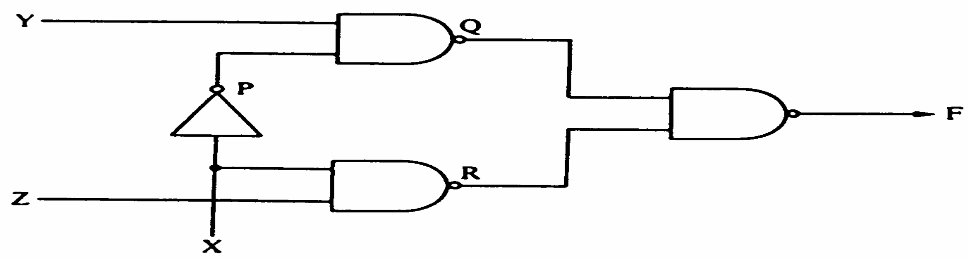


Wahrheitstabelle:

Inputs			Intermediate values			Output
A	B	C	P=AB	Q=BC	R=AC	F=P+Q+R
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Kombinatorische Schaltnetze (4)

Beispiel 2:



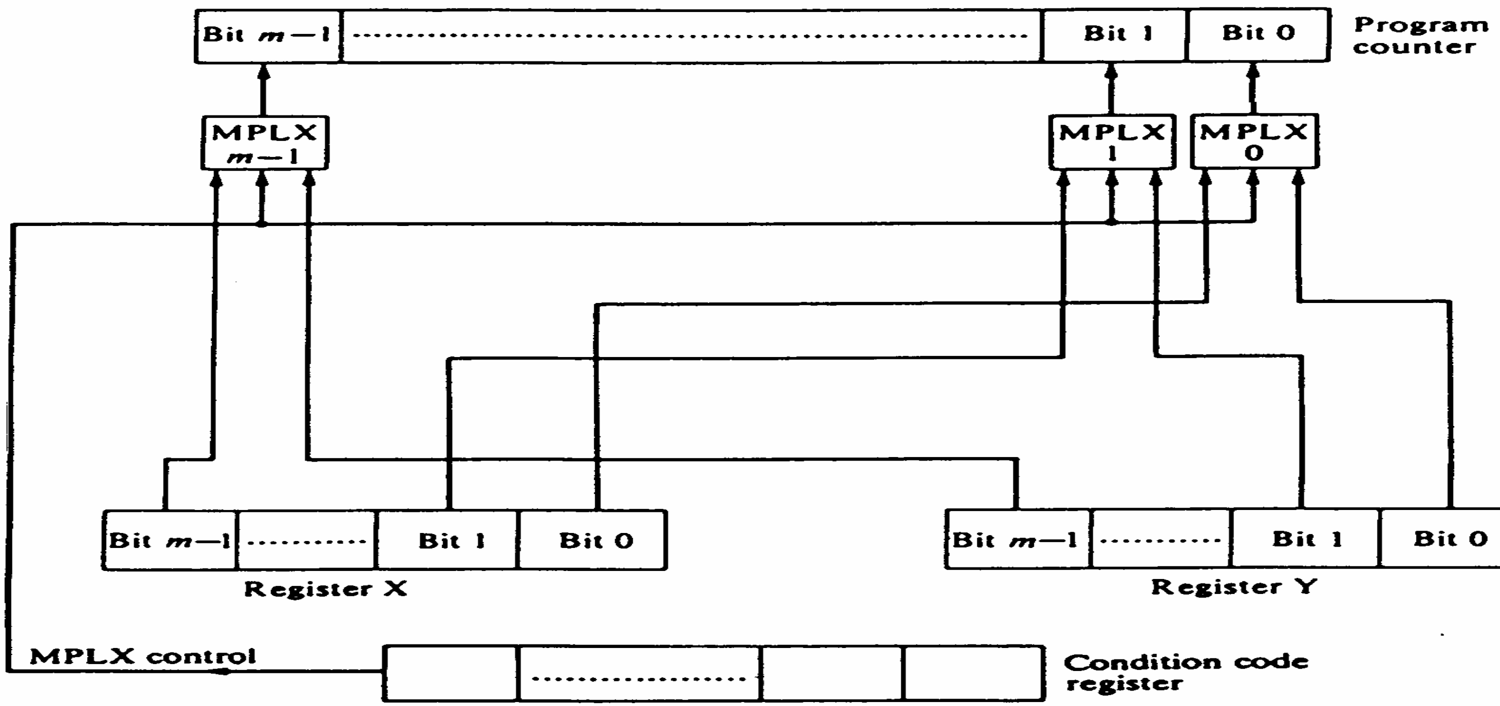
Wahrheitstabelle:

Inputs			Intermediate values			Output
X	Y	Z	$P=\overline{X}$	$Q=\overline{YP}$	$R=\overline{XZ}$	$F=\overline{QR}$
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0	1

Kombinatorische Schaltnetze (5)

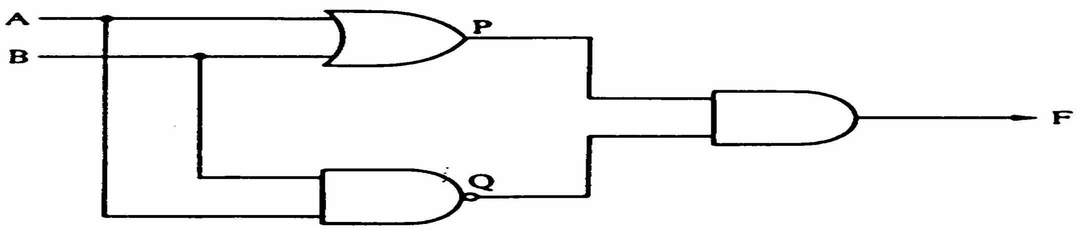
Anwendung eines Multiplexers:

(Realisierung eines bedingten Sprungs in einer Programmausführung durch eine Hardware-Schaltung)



Kombinatorische Schaltnetze (6)

Beispiel 3:



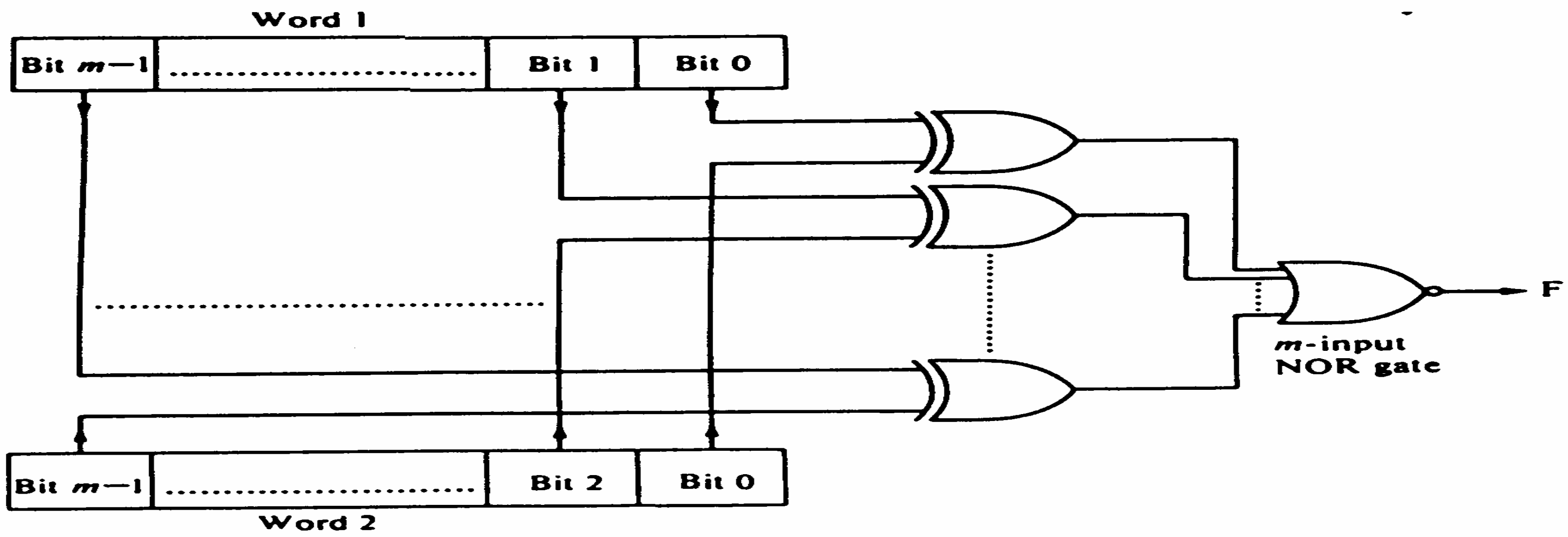
Wahrheitstabelle:

Inputs		Intermediate values		Output
A	B	P=A+B	$Q=\overline{AB}$	F=PQ
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0

Kombinatorische Schaltnetze (7)

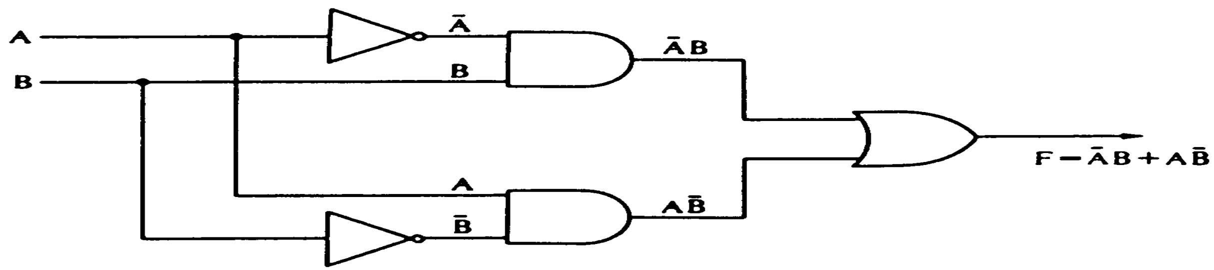
Anwendung von EXOR-Gattern:

(Test auf Gleichheit von zwei Worten)

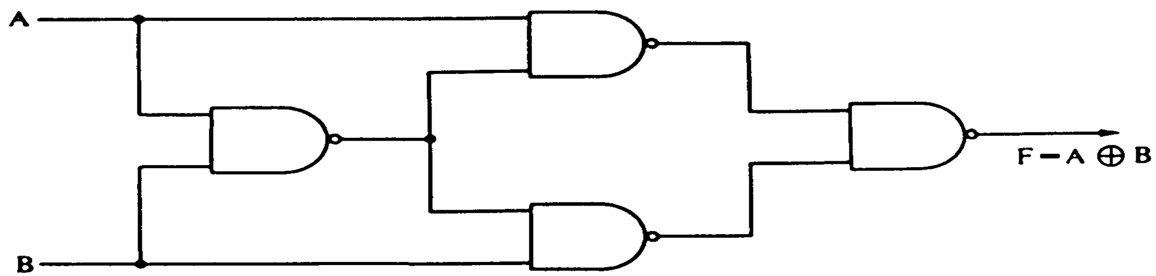


Kombinatorische Schaltnetze (8)

Beispiel 3a:



Beispiel 3b:



Kombinatorische Schaltnetze (9)

Äquivalente Schaltnetze:

Schaltnetze sind äquivalent, wenn sie identische Wahrheitstabellen haben.

Kriterien für den Vergleich äquivalenter Schaltnetze:

- Geschwindigkeit (Wie lange dauert es, bis eine neue Inputbelegung das entsprechende Outputsignal generiert?)
  - Maß: Maximale Anzahl der in Serie geschalteten Gatter im Schaltnetz
- Zuverlässigkeit (Wie groß ist die Anzahl der Verbindungen?)
  - Maß: Gesamtzahl aller Gatterinputs im Schaltnetz
- Integrierende, allgemeine Kostenfunktion
  - Maß: Summe aus Anzahl der Gatter plus Anzahl der Gatterinputs

Minimierung (der Kosten zur Implementierung) von Schaltnetzen:

Ein Schaltnetz ist minimal, wenn es bzgl. eines vorgegebenen Maßes (Kostenfunktion) kein äquivalentes Schaltnetz mit geringeren Kosten gibt

- **Zusammenfassung:**
  - Gatter sind die Basiseinheiten von Schaltnetzen
  - Verhalten von Schaltnetzen wird bisher beschrieben durch Wahrheitstabellen (Analyseaspekt)
  - Interessant sind minimale Schaltnetze (Syntheseaspekt)

Es fehlt noch ein „Werkzeugkasten“ zum Aufbau komplexer Schaltnetze, d.h. eine formale, mathematische Methodik (weniger umständlich als das Hantieren mit Wahrheitstabellen) zur

- formalen Beschreibung von Schaltnetzen
- Analyse und Synthese von Schaltnetzen
- Minimierung von Schaltnetzen

➡ Einführung der ***Booleschen (Schalt-) Algebra*** als Gegenstück zur Zahlenalgebra (Körper der reellen Zahlen)